

超声调制介质中漫散射光自相关性质研究*

张西芹 邢 达

(华南师范大学激光生命科学研究所, 广州 510631)

(2001 年 1 月 15 日收到; 2001 年 4 月 23 日收到修改稿)

研究了超声调制随机介质中漫散射光自相关性质, 推导出均匀无限介质中有超声场调制时漫散射光时间自相关函数的表达式, 讨论了调制参数、调制幅度及其衰减与超声参数、光散射参数等的关系. 用 Monte Carlo 方法研究了随机介质中隐含异物成像的可行性. 结果表明, 正常生物组织和病变生物组织的超声调制自相关函数有明显的差别, 该方法为光学医学诊断提供了一种新参考.

关键词: 自相关, 漫散射光, 超声调制, 光学成像

PACC: 4220, 4230

1 引 言

生物介质是一种多重散射随机介质, 光在其中传播时经历多次随机散射成为漫散射光. 同时, 生物介质具有生命活力, 其内部具有微观运动, 光在其中传播时成为动态散射光. 时间自相关方法是研究动态光散射问题时常用的有效方法. 单散射相关研究已有一百多年的历史, 理论发展已经很成熟并且广泛应用于许多技术领域. 对多重散射自相关^[1-4]的研究在近十几年才有较大突破, 由于生物组织为多重散射随机介质, 研究多重散射自相关对生物医学诊断和治疗更具有理论和实用价值.

近年来, 超声调制光学成像技术成为光学医学成像技术^[5-7]研究的一个热点. 该技术以超声场作用于被研究介质的局部区域, 研究通过超声区域的漫散射光信号, 从而提取该局部区域介质的信息. 相比于传统的漫散射光成像技术, 如光子密度波成像^[15,16]、自相关成像技术^[11]等, 利用超声进行定位测量可以大大提高成像的空间分辨率. 超声技术与自相关技术相结合有可能发展一种具有高分辨率的成像技术. 超声场在随机介质中传播时使介质的性质发生改变, 在其中传播的散射光也被间接调制. 由于正常生物组织和病变组织在光学性质、动力学性质以及密度等方面不同, 对相同的超声场会产生不同程度的性质变化, 散射光被调制的程度也不同. 超声

与自相关技术相结合可以获取介质更多的信息.

Leutz 和 Maret^[8]首先初步研究了超声振幅不同时漫散射光的时间自相关函数. 本文推导出均匀无限随机介质中有超声调制时漫散射光自相关函数的表达式, 分析了有无超声调制时自相关函数的关系, 并讨论了自相关函数的调制幅度与超声振幅、介质散射系数等的关系. 并且用超声调制漫散射光自相关函数对隐含异物成像进行了蒙特卡罗模拟研究.

2 理论分析

2.1 超声调制介质中漫散射光自相关函数

本文的研究对象是多重散射随机介质, 光在多重散射随机介质中传播时经历多次随机散射, 假设其输运平均自由程远大于光在介质中的波长, 不同路径的漫散射光之间是非相关的. 本文从单散射自相关出发, 推导均匀无限随机介质中超声调制漫散射光的时间自相关函数. 假设介质中的散射粒子本身具有布朗运动^[11], 其运动用散射粒子在时间 t 内的均方位移 $r^2(t)_B$ 表示. 对于布朗运动, $r^2(t)_B = 6D_B t$, D_B 是布朗漫射系数. 加上超声调制后, 由于声压的作用, 散射粒子将产生周期性的运动. 散射粒子同时具有布朗运动和周期性运动, 我们假设两种运动是独立的. 散射粒子在超声场作用下

* 国家杰出青年基金 (批准号: 69725009) 资助的课题.

的周期性运动用 $r^2(\omega) = 6A^2(1 - \cos(\omega a))$ 表示^[8],其中 A 是超声振幅, ω 是超声的圆频率,是与超声波长 λ 和光在介质中的输运平均自由程 l^* 有关的参数,

$$= \frac{1}{6} - \frac{\cos(k_a l^*)}{(k_a l^*)^2} + \frac{\sin(k_a l^*)}{(k_a l^*)^3} - \frac{\sin(k_a l^*)}{2(k_a l^*)}, \quad (1)$$

其中 $k_a = \frac{2\pi}{\lambda}$ 是超声波的波数.

单散射近似情况下,无超声调制时散射光振幅的时间自相关函数为^[11]

$$g_1^0(\omega) = \exp\left[-\frac{1}{6} q^2 r^2(\omega)\right], \quad (2)$$

q 为散射前后波矢变化量, ω 是相关时间.下标 1 表示振幅自相关,以区别于强度自相关,上标 0 表示单散射.考虑超声调制运动后,我们将自相关函数表示为

$$g_1^0(\omega) = \exp\left\{-\frac{1}{6} q^2 [r^2(\omega)_B + r^2(\omega)_U]\right\}. \quad (3)$$

在随机介质中行走的程长为 s 的光子的时间自相关函数可以表示为^[11]

$$g_1^{(s)}(\omega) = \exp\left[-\frac{s}{3l^*} k_0^2 r^2(\omega)\right], \quad (4)$$

其中 l^* 是光在介质中的输运平均自由程, k_0 是光波在介质中的波数, $r^2(\omega)$ 表示散射粒子的均方位移,包括布朗运动和超声调制运动两部分.

从光源到探测点,不同光子所走的路径是不同的,因而不同光子具有不同的散射程长,当计及所有散射程长对自相关函数的贡献时,

$$g_1(\omega) = \int_0^\infty P(s) \exp\left[-\frac{s}{3l^*} k_0^2 r^2(\omega)\right] ds = \int_0^\infty P(s) \exp\left\{-\frac{s}{l^*} [2k_0^2 D_B + 2(k_0 A)^2 \cdot (1 - \cos(\omega a))]\right\} ds, \quad (5)$$

$P(s)$ 是散射光程长的概率分布函数.只要知道程长概率分布函数 $P(s)$,对(5)式进行积分就可以得到 $g_1(\omega)$.

$P(s)$ 可以由光子漫散射方程解析得到,也可以用 Monte Carlo 方法模拟得到.由光子漫射方程解析得到的均匀无限随机介质中程长概率分布函数为^[9]

$$P(s) = C_1 s^{-5/2} \exp\left[-\frac{r^2}{4Ds} - \mu_a s\right], \quad (6)$$

其中 $C_1 = 2^{-5/2} (D\mu_a)^{-3/4} r^{3/2} \left[K_{-3/2}\left(r \sqrt{\frac{\mu_a}{D}}\right) \right]^{-1}$, $K_{-3/2}$ 是第二类变形贝塞尔函数. μ_a 是介质的吸收系数, D 是介质中光子漫散射系数, $D = 1/3(\mu_a + \mu_s)$, μ_s 是介质的约化散射系数, $\mu_s = 1/l^*$.

将(6)式代入(5)式,得

$$g_1(\omega) = \int_0^\infty C_1 s^{-5/2} \exp\left[-\frac{r^2}{4Ds} - \left(\mu_a + \frac{C_2}{l^*}\right) s\right] ds, \quad (7)$$

其中 $C_2 = 2k_0^2 D_B + 2(k_0 A)^2 [1 - \cos(\omega a)]$.

利用积分公式^[111]

$$x^{-1} \exp\left[-\frac{r^2}{x} - \mu x\right] dx = 2 \left[\frac{r^2}{\mu} \right]^{1/2} K(2\sqrt{\mu r^2}) \quad (8)$$

对(7)式积分可得

$$g_1(\omega) = 2 C_1 \left[\frac{r^2}{4D(\mu_a + C_2/l^*)} \right]^{-3/4} \cdot K_{-3/2}\left(r \sqrt{(\mu_a + C_2/l^*)/D}\right). \quad (9)$$

把 C_1 代入(9)式,得

$$g_1(\omega) = \left[1 + \frac{C_2}{\mu_a l^*} \right]^{3/4} \frac{K_{-3/2}\left(r \sqrt{(\mu_a + C_2/l^*)/D}\right)}{K_{-3/2}\left(r \sqrt{\mu_a/D}\right)}. \quad (10)$$

利用 $K_{-3/2}(x) = \left[1 + \frac{1}{x} \right] \sqrt{\frac{2}{x}} \exp(-x)$ ^[112] 将(10)式展开并化简,可得

$$g_1(\omega) = \exp\left[-\frac{r^2}{l^*} \cdot \left[\frac{\sqrt{3\mu_a l^* + 6k_0^2 D_B + 6(k_0 A)^2 (1 - \cos(\omega a))}}{\sqrt{3\mu_a l^*}} \right]\right]. \quad (11)$$

为了表述的方便,令 $a = 3\mu_a r^2/l^*$, $b = 6(k_0 r/l^*)^2 D_B$, $c = 6(k_0 A/l^*)^2$,则(11)式可以写为

$$g_1(\omega) = \exp\left[-\sqrt{a + b + c(1 - \cos(\omega a))} - \sqrt{a}\right]. \quad (12)$$

在(12)式中,与相关时间 ω 有关的有两项:一项表示散射粒子布朗运动的影响,一项表示超声调制运动的影响.布朗运动使自相关函数按负指数规律衰减,而超声调制运动是一种周期性运动,使自相关函数产生周期性衰减.

图 1 显示了有无超声调制时自相关函数的关系.点线表示无超声调制时的自相关函数,实线表示有超声调制时的自相关函数.由图 1 可见,点线与实线极大值的包络线相重合,实线的幅值随相关时间

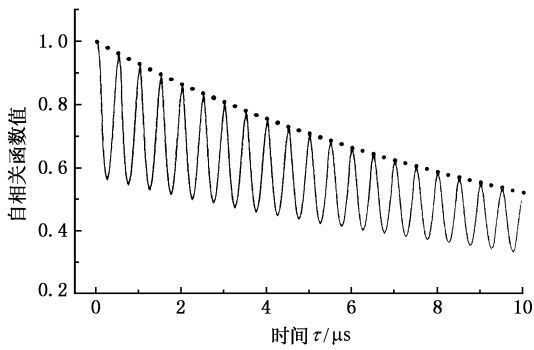


图 1 有无超声调制时自相关函数比较

增加而衰减. 也就是说, 加上超声调制后, 自相关函数被周期性调制, 调制幅度随相关时间增加而衰减, 调制频率与超声频率相同.

实际上, 极大值点与极小值点的包络线表征了调制幅度的衰减情况. 无超声调制时, 自相关函数通常用 $g_1(\tau) = e^{-\tau/\tau_c}$ 的相关时间 τ_c 来表示相关函数衰减速率. 引入超声调制后, 我们可以用极大值包络线的相关时间 τ_c (与无调制时相同)、第一个极小值 ($\tau = \frac{T}{2}$, T 为超声周期) 时的调制幅度以及调制幅度的衰减速率来表征自相关函数.

2.2 调制参数

定义参数 c 为超声调制系数,

$$c = 6(k_0 n A \mu_s)^2, \quad (13)$$

其中 τ_c 的表达式如(1)式所示. 参数 c 反映了超声对自相关函数的影响, 它与超声振幅、超声波长、介质的散射系数、光源的波长以及测量位置等因素都有关.

超声振幅是影响自相关函数调制幅度的一个重要因素, 不同生物组织的密度不同, 相同的声强作用于密度不同的介质会产生不同的振幅, 因此超声振幅是用自相关方法研究生物介质的重要参数. 调制参数与超声振幅的关系由(13)式可知, 在其他参数一定的情况下调制参数正比于超声振幅的平方. 在本文的推导中假设超声功率在生物介质的安全阈值范围内.

调制参数与介质的约化散射系数的关系如图 2 所示. 在本文所述条件下, 当 $\mu_s > 15 \text{cm}^{-1}$ 时, 随着 μ_s 的增加, μ_s^2 的变化量远远大于 μ_s 的变化量, 调制参数正比于约化散射系数的平方. 研究表明, 对于波长范围在 600—1300nm 的红光与近红外光, 大多数正

常生物介质具有强散射而低吸收的特点^[10]. 因此对于一般的生物介质, 自相关函数的调制参数随介质约化散射系数的增加而增大.

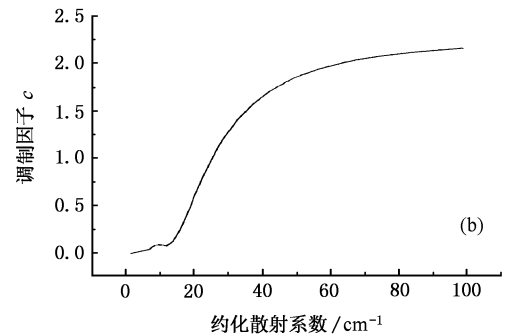
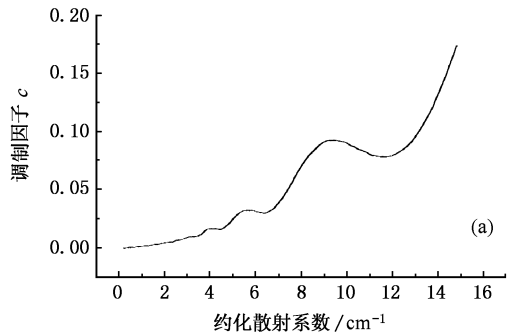


图 2 调制参数与约化散射系数的关系

2.3 调制幅度

在实际测量中, 能够直接得到的是自相关函数的调制幅度. 我们将调制幅度定义为: 有超声调制时自相关函数的极小值与无调制时自相关函数在相同时刻的差值. 根据调制幅度的定义以及自相关函数的表达式, 调制幅度可以表示为

$$M = g_{IB} \left\{ \begin{aligned} &= \frac{nT}{2}, n = 1, 3, 5 \\ &= \frac{nT}{2}, n = 1, 3, 5 \\ &- g_{IB+U} \left[\begin{aligned} &= \frac{nT}{2}, n = 1, 3, 5 \end{aligned} \right] \end{aligned} \right\} \\ = \exp \left[-\sqrt{3\mu_a l^*} \right] \times \left\{ \exp \left[-\frac{T}{l^*} \sqrt{3\mu_a l^* + 6k_0^2 D_B} \right] - \exp \left[-\frac{T}{l^*} \sqrt{3\mu_a l^* + 6k_0^2 D_B + 12(k_0 A)^2} \right] \right\}, \quad (14)$$

其中 $\tau_c = \frac{n}{2} T$, T 为超声周期, B 表示布朗运动, U 表示超声调制运动.

自相关函数的调制幅度除了与调制参数有关外,还与散射粒子的布朗运动、介质的吸收等有关.由调制幅度的定义可知,无调制时自相关函数的值与布朗运动、介质的散射、吸收等有关,所以调制幅度并非由调制参数单方面来确定.

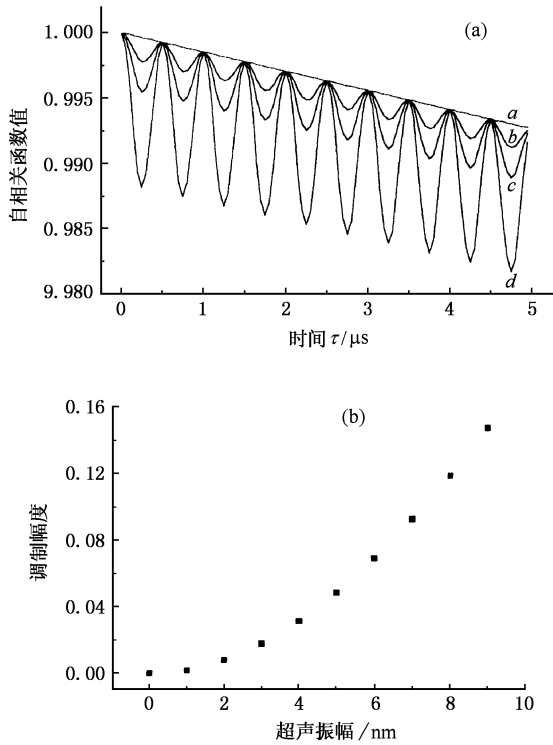


图3 超声振幅对调制幅度的影响 (a)不同超声振幅时的自相关函数,(b)调制幅度与超声振幅的关系

不同超声振幅时自相关函数的调制幅度如图3所示.无超声调制时,做布朗运动的随机介质中漫射光子的自相关函数的衰减规律如图3(a)中的曲线a所示,曲线b,c,d是不同超声振幅时的自相关函数,所对应的超声振幅分别为2nm,3nm和5nm.由此可见,超声振幅越大,自相关函数被调制的幅度就越大.由图3(a)还可以看出,有超声调制时自相关函数极大值的包络线与无超声调制时相同,与超声振幅的大小无关.极小值随超声振幅的增大而减小,超声振幅只影响极小值而不影响极大值.自相关函数在第一个极小值($=\frac{T}{2}$)处的调制幅度与超声振幅的关系如图3(b)所示,调制幅度随超声振幅的增大而非线性增大.

不同约化散射系数时的调制幅度如图4所示,曲线a,b,c,d对应的约化散射系数分别为 10cm^{-1} , 20cm^{-1} , 30cm^{-1} , 40cm^{-1} .介质的约化散射系

数越大,自相关函数在 $=\frac{T}{2}$ 时的调制幅度越大,调制幅度衰减的速度越快.

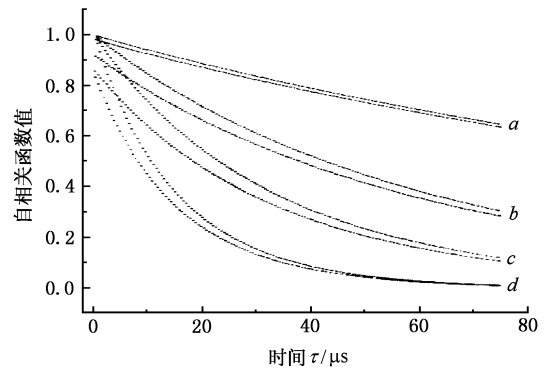


图4 不同约化散射系数时自相关函数极值的包络线

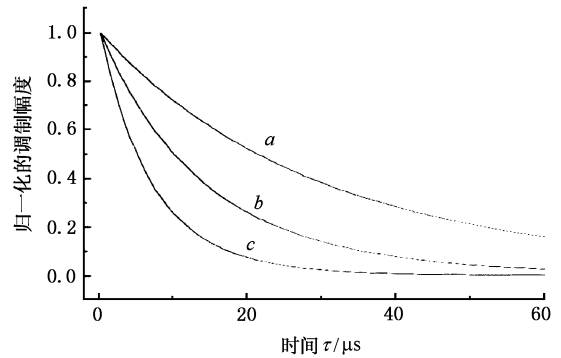


图5 不同约化散射系数时归一化的调制幅度随时间的衰减

2.4 调制幅度的衰减

调制幅度随相关时间增加而衰减,为了便于比较调制幅度的衰减速度,我们定义归一化的调制幅度

$$m(\tau) = \frac{M\left(\tau = \frac{nT}{2}, n = 1, 3, 5\right)}{M\left(\tau = \frac{T}{2}\right)} \quad (15)$$

归一化的调制幅度在不同约化散射系数时的比较如图5所示,曲线a,b,c对应的约化散射系数分别为 30cm^{-1} , 50cm^{-1} , 80cm^{-1} .介质的约化散射系数越大,调制幅度衰减的速度越快.计算还表明,调制幅度的衰减速度随吸收系数的增加而减小,随布朗漫射系数的增大而增大,与超声振幅的大小无关.

3 隐含异物成像的 Monte Carlo 模拟

光散射场的计算机模拟是研究其特性的重要手段^[17,18],散射光子程长的概率分布函数既可以由漫

射方程解析得到,也可以由 Monte Carlo 方法^[1,13,14]模拟得到.对于几何形状比较复杂的随机介质,漫射方程本身求解解析解具有很大的难度. Monte Carlo 方法则不受几何形状等因素的制约,具有很强的适应性,并且可以验证用解析方法得到的理论结果.因此我们用 Monte Carlo 方法获取程长的概率分布函数,然后用(5)式研究自相关函数.

我们研究了均匀无限随机介质中隐含一散射系数不同的异物时自相关函数的性质.如图6所示,直径为1cm高度为0.5cm的柱状物体作为隐含异物,点光源和探测器分别置于隐含异物的两侧,保持光源和探测器之间的距离不变,同时移动光源和探测器测量通过隐含异物不同位置的漫散射光的自相关函数.假设隐含异物和环境介质具有不同的散射系数,其他参数相同,测量结果如图7所示.曲线a为隐含异物中心处测量得到的结果,曲线b为在隐含异物边缘处测量得到的结果,曲线c为远离隐含异物时得到的结果.由此可见,在隐含异物中心处,

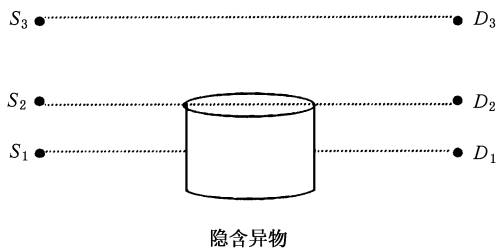


图6 测量位置示意图

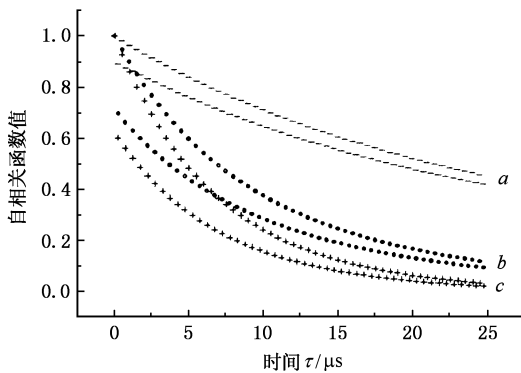


图7 蒙特卡罗模拟结果

自相关函数的调制幅度衰减最慢,远离隐含异物时衰减最快.在隐含异物的中心位置处,大部分散射光

都经过隐含异物,受隐含异物的影响比较大;在隐含异物的边缘位置处,一部分光经过隐含异物,一部分光不经过隐含异物,受其影响相对较小;在远离隐含异物时,经过隐含异物的光比例极小,自相关函数基本不受隐含异物的影响.由前面的理论计算可知,介质的约化散射系数越大,自相关函数的衰减速度越大,调制幅度的衰减速度也越大.本文中隐含异物的约化散射系数为 20cm^{-1} ,环境介质的约化散射系数为 50cm^{-1} ,因此曲线 a 衰减最慢,其调制幅度的衰减速度也最小.反之,如果隐含异物的约化散射系数大于环境介质,结果则恰恰相反,在隐含异物中心位置处,自相关函数极大值包络线及其调制幅度衰减最快;离隐含异物越远,自相关函数极大值包络线及其调制幅度衰减越慢.

4 结 论

超声调制随机介质中漫射光自相关函数由于散射粒子的布朗运动使自相关函数指数衰减,超声调制运动使自相关函数被周期性调制,并且调制幅度随相关时间增加而衰减.引入超声调制后可以用极大值包络线的衰减、 $= \frac{T}{2}$ 时的调制幅度以及调制幅度的衰减速度来表征自相关函数.极大值包络线与无超声调制时的自相关函数相同,是由布朗运动所引起的衰减.调制幅度与散射粒子的布朗运动、超声调制运动、介质的散射和吸收以及测量位置等都有关系.理论计算表明,介质的约化散射系数越大,吸收系数越小,自相关函数的调制幅度就越大,调制幅度的衰减速度越快.正常生物组织和病变组织的散射和吸收性质明显不同,因此超声调制自相关函数可以用来判别正常和病变组织.

模拟结果表明,对于一个约化散射系数小于环境介质的隐含异物,在其中心位置处自相关函数极大值包络线及其调制幅度衰减最慢,离其越远,自相关函数极大值包络线及其调制幅度衰减越快.反之,如果隐含异物的约化散射系数大于环境介质,结果则恰恰相反.上面使用的是均匀超声场,如果使用聚焦超声场,可以分析通过焦点区域的漫射光自相关函数,仅仅获取焦点区域介质的信息,可以大大提高成像的分辨率.

- [1] D. A. Boas, A. G. Yodh, *J. Opt. Soc. Am.*, **A14** (1997), 192.
- [2] G. Maret, P. E. Wolf, *Z. Phys.*, **B65** (1987), 409.
- [3] D. J. Pine, D. A. Weitz, P. M. Chaikin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **60** (1988), 1134.
- [4] D. J. Durian, *Phys. Rev.*, **E51** (1995), 3350.
- [5] Q. Zhu, T. Durduran, V. Ntziachristos *et al.*, *Opt. Lett.*, **24** (1999), 1050.
- [6] L. Wang, X. Zhao, *Appl. Opt.*, **36** (1997), 7277.
- [7] S. L. Jacques, S. J. Kirkpatrick, *Opt. Lett.*, **23** (1998), 879.
- [8] W. Leutz, G. Maret, *Physica.*, **B204** (1995), 14.
- [9] X. Q. Zhang, Y. Liu, S. Ma, *Acta Optica Sinica* (in Chinese), **20** (2000), 224. [张西芹等, *光学学报*, **20** (2000), 224].
- [10] W. Cheong, S. A. Prahl, A. J. Welch *et al.*, *IEEE J. Quantum Electron.*, **26** (1991), R2166.
- [11] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products* (Academic, New York, 1980), 340.
- [12] *Mathematical Handbook* (Advanced Education Press, Beijing, 1979), 637 (in Chinese) [《数学手册》(高等教育出版社, 北京, 1979), 637].
- [13] M. Keijzer, S. L. Jacques, S. A. Prahl *et al.*, *Lasers in Surgery and Medicine*, **9** (1989), 148.
- [14] L. Wang, S. L. Jacques, L. Zheng, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, **47** (1995), 131.
- [15] J. B. Fishkin, E. Gratton, *J. Opt. Soc. Am.*, **A10** (1993), 127.
- [16] D. A. Boas, M. A. O'Leary, B. Chance *et al.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **91** (1994), 4887.
- [17] C. F. Cheng, D. P. Qi *et al.*, *Acta Physica Sinica*, **48** (1999), 1635 (in Chinese) [程传福、元东平等, *物理学报*, **48** (1999), 1635].
- [18] D. L. Liu, D. P. Qi, *et al.*, *Chinese Physics*, **9** (2000), 353.

STUDY OF AUTO-CORRELATION PROPERTIES OF DIFFUSING LIGHT IN ULTRASOUND-MODULATED MEDIA*

ZHANG XI-QIN XING-DA

(Institute of Laser Life Science, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

(Received 15 January 2001; revised manuscript received 23 April 2001)

ABSTRACT

In this paper, the temporal auto-correlation properties of diffusing light in ultrasound-modulated random media were studied. The mathematical expression of auto-correlation function of diffusion light in an infinite medium modulated by ultrasound was obtained. The influences of ultrasound and scattering parameters on modulation parameter, modulation amplitude and its decaying were discussed. The feasibility of imaging an object hidden in random media with an auto-correlation function was also studied by use of Monte Carlo simulations. The ultrasound-modulated auto-correlation functions of normal and diseased tissues are different, which can be used to diagnosis diseased tissue hidden in normal tissue.

Keywords: auto-correlation, diffusion light, ultrasonic modulation, optical imaging

PACC: 4220, 4230

* Project supported by the National Outstanding Youth Science Foundation of China (Grant No. 69725009).